Technische Universität Dresden Fachrichtung Physik I. Glauche , M. Heber 7/2000	Physikalisches Praktikum Versuch: O S (11)

Oberflächenspannung

1 Aufgabenstellung

1.) Kalibrierung einer Torsionswaage
2.) Bestimmung der Oberflächenspannung von Wasser mit dem Abreißverfahren

2 Grundlagen

Warum steigt Wasser in einem Schwamm auf? Wieso können bestimmte Insekten auf einer Wasseroberfläche laufen? Dies sind Fragestellungen, deren Beantwortung eng mit den wirkenden Kräften zwischen den Wassermolekülen verknüpft ist.
Grundsätzlich bestimmen Kräfte zwischen den Molekülen oder Atomen den Aggregatzustand von Materie: Je nach Größe der Kräfte wird in feste, flüssige oder gasförmige Substanzen unterschieden. Die Moleküle einer Flüssigkeit befinden sich im Gleichgewicht in einem festen Abstand voneinander und wirken einer Vergrößerung oder Verkleinerung dieses Abstandes entgegen. Dies bedeutet, dass die Molekularkräfte in kleineren als dem Gleichgewichtsabstand abstoßend, in größerem anziehend sein müssen. Wir können uns daher zwischenmolekulare Kräfte als Überlagerung einer Abstoßungskraft mit kürzerer Reichweite und einer Anziehungskraft mit längerer Reichweite vorstellen, die sich im Gleichgewichtsabstand der Moleküle gerade kompensieren, bei jeder Veränderung dieses Abstandes allerdings zur Wirkung kommen. Man schreibt diesen Molekularkräften eine sogenannte Wirkungssphäre (Wirkkugel) zu, in der ein im Mittelpunkt liegendes Molekül nur auf Moleküle, die sich innerhalb dieses Raumgebietes befinden, Kräfte ausüben kann. Der Radius dieser kugelförmigen Wirksphäre liegt in der Größenordnung von $10^{-10}m$ bis $10^{-8}m$. Die Anziehungskräfte zwischen den Bausteinen eines Stoffes (Atome, Moleküle, Ionen) werden Kohäsionskräfte genannt. Entsprechend gibt es an Grenzflächen verschiedener Stoffe ebenfalls anziehende Kräfte, die zwischen deren (verschiedenen) Bausteinen wirken. Diese Kräfte werden als Adhäsionskräfte bezeichnet.
Besonders auffällig werden die Wirkungen dieser Molekularkräfte in Flüssigkeiten bei den Erscheinungen der Oberflächenspannung. In Abb. 1 sind in einer Flüssigkeit drei Moleküle M_1, M_2 und M_3 mit ihren Wirkungssphären in verschiedener Entfernung von der Flüssigkeitsoberfläche dargestellt. M_1 befindet sich mit seiner Wirkungssphäre vollständig in der Flüssigkeit. Von allen Seiten wirken die Anziehungskräfte gleich stark, so dass sie sich gegenseitig aufheben. M_2 befindet sich nahe an der Oberfläche. Die Wirkungssphäre wird somit um den Teil über der Oberfläche verringert. In diesem Bereich fehlt die anziehende Kraft der Nachbarmoleküle, denn die Dichte der Gasmoleküle oberhalb der Grenzfläche ist so klein, dass deren Wirkung vernachlässigt werden kann. Es entsteht also eine resultierende Kraft F_2, die senkrecht in die Flüssigkeit zeigt. Diese Kraft nimmt ihren größten Wert an, wenn sich das Molekül direkt an der Oberfläche befindet (M_3). Es erfahren demnach alle in der Flüssigkeitsoberfläche und der darunter liegenden Schicht von der Dicke des halben Durchmessers der Wirkungssphäre befindlichen Moleküle einen nach dem Flüssigkeitsinneren gerichteten Druck,

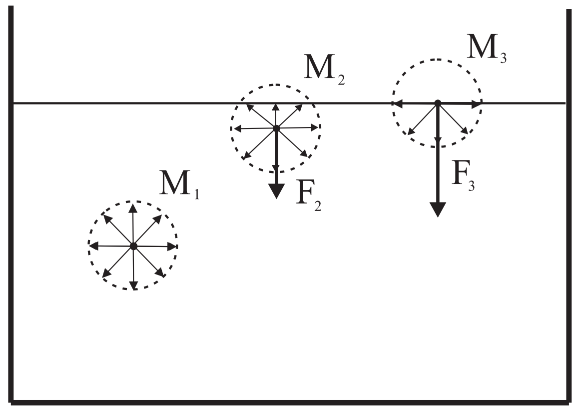

Abbildung 1: Wirkungssphären von Molekülen in einer Flüssigkeit

der als Kohäsionsdruck bezeichnet wird. Um ein Flüssigkeitsteilchen aus dem Inneren an die Oberfläche zu bringen, ist Arbeit notwendig, während der umgekehrte Vorgang mit einem Gewinn von Energie verbunden ist. Somit besitzen alle an der Flüssigkeitsoberfläche liegenden Moleküle einen Vorrat an potenzieller Energie (Oberflächenenergie).
Bei der Vergrößerung einer Flüssigkeitsoberfläche A um ΔA müssen mehr Moleküle zur Oberfläche oder in oberflächennahe Bereiche gebracht werden, was eine zur Oberflächenänderung proportionale Arbeit ΔW erfordert. Der Proportionalitätsfaktor

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} \tag{1}$$

ist die spezifische Oberflächenenergie oder Oberflächenspannung. Betrachtet man die Kraft F, gegen die die Arbeit dW verrichtet werden muss, dann lässt sich für σ noch ein anderer Ausdruck angeben. Hierzu wird eine Flüssigkeitshaut untersucht, die in einem Drahtbügel D aufgespannt ist. Auf diesem Bügel gleitet ein dünner Draht der Länge l (Abb. 2).

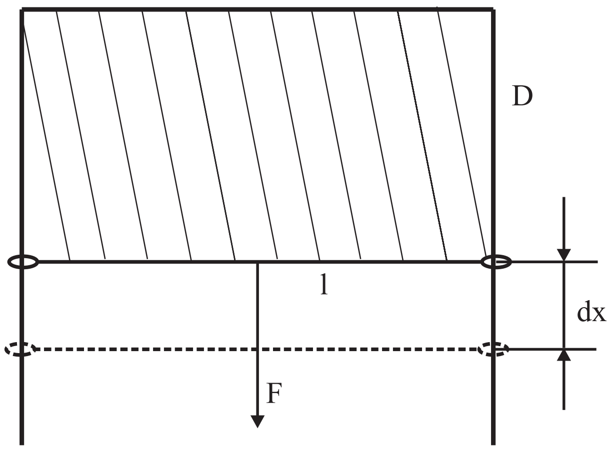

Abbildung 2: Modellversuch zur Vergrößerung einer Flüssigkeitsoberfläche

Wird dieser Draht mit der Kraft F in die in der Zeichnung angegebenen Richtung gezogen, so muss die Arbeit

$$dW = F dx \tag{2}$$

verrichten werden. Dabei wird die Oberfläche der Flüssigkeit um

$$dA = 2l \cdot dx \tag{3}$$

vergrößert. Der Faktor 2 berücksichtigt, dass die Flüssigkeitshaut 2 Oberflächen besitzt, die beide um $l \cdot dx$ vergrößert werden. Damit ergibt sich für

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F dx}{2l \cdot dx} = \frac{F}{2l} \tag{4}$$

Aufgrund der doppelten Oberfläche ist $2l$ die Länge der beweglichen Oberflächenbegrenzung. Bezeichnet man diese mit s, geht Gleichung (4) über in

$$\sigma = \frac{F}{s} \tag{5}$$

In differenzieller Form lautet dieser Ausdruck

$$\sigma = \frac{dF}{ds} \tag{6}$$

Beide Definitionen von σ sind identisch. Die Bezeichnung Oberflächenspannung ist gebräuchlicher als spezifische Oberflächenenergie.
Von Oberflächenspannung wird gesprochen, wenn die Flüssigkeit an ihren eigenen gesättigten Dampf grenzt. In allen anderen Fällen handelt es sich korrekterweise um Grenzflächenspannungen. Auf ein Randmolekül wirken dann sowohl Kohäsionskräfte F_K in die Flüssigkeit hinein als auch Adhäsionskräfte F_A in Richtung des angrenzenden Mediums.
Wir betrachten im weiteren die Gestalt der Grenzfläche, wenn sich eine Flüssigkeit in einem Gefäß im Schwerefeld befindet. Dabei tritt unter der Wirkung der Oberflächenspannung die sogenannte Randkrümmung auf; in engen Gefäßen (Kapillaren) kommt es dadurch sogar zum Ansteigen oder auch Absenken der Flüssigkeitssäule.

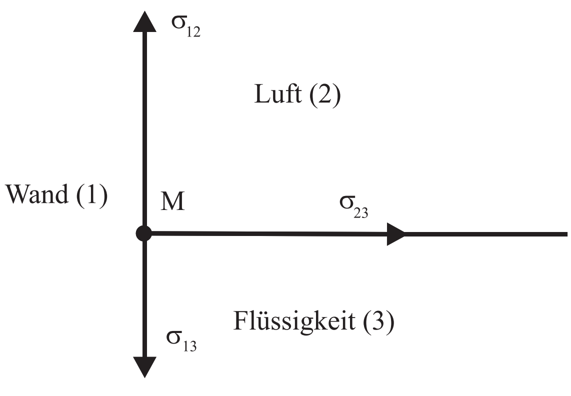

Abbildung 3: Grenzflächenspannung an der Berührungsstelle Gefäßwand (1), Luft (2) und Flüssigkeit (3)

Am Molekül M der Flüssigkeit grenzen die drei Medien Wand (1), Luft (2) und Flüssigkeit (3) aneinander (Abb. 3). Es greifen daher am Molekül drei Grenzflächenspannungen an. Die beiden Grenzflächenspannungen σ_{12} und σ_{13} sind entgegengesetzt gerichtet und haben ungleiche Beträge. σ_{23} hat bei dieser Zeichnung keinen Einfluß auf das Gleichgewicht, da waagerechte Spannungen von der Wand kompensiert werden. Das System befindet sich also nicht im Gleichgewicht. Da hier σ_{12} größer ist als σ_{13} , wird das Molekül nach oben gezogen. Die Oberfläche der Flüssigkeit krümmt sich. Dadurch entsteht eine Komponente von σ_{23}, die nach unten gerichtet ist. Die senkrechte Komponente von σ_{23} hat die Größe $\sigma_{23} \cdot cos\ \phi$. Im Gleichgewicht gilt dann

$$\sigma_{13} + \sigma_{23} \cdot cos\ \phi = \sigma_{12} \tag{7}$$

$$cos\ \phi = \frac{\sigma_{12} - \sigma_{13}}{\sigma_{23}} \tag{8}$$

Für $\sigma_{12} > \sigma_{13}$ wird $\phi < 90°$, d.h. die Oberfläche krümmt sich von oben gesehen konkav wie in Abb. 4. Ist $\sigma_{12} < \sigma_{13}$, so wird $\phi > 90°$, d.h. die Oberfläche krümmt sich konvex (Dieser Effekt ist beispielsweise bei Quecksilber zu beobachten). Wenn $|\sigma_{12} - \sigma_{13}| > \sigma_{23}$

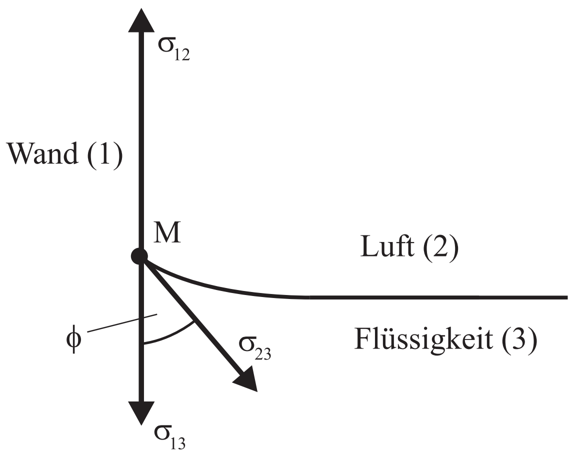

Abbildung 4: Randkrümmung der Flüssigkeit an der Gefäßwand

ist, kann sich kein Gleichgewicht einstellen, und das System strebt einem Grenzwert zu ($\phi = 0°$: vollständige Benetzung; $\phi = 180°$: keine Benetzung). Die Grenzflächenspannung σ_{23} zwischen der Flüssigkeit und dem Gas kann näherungsweise mit der Oberflächenspannung σ der Flüssigkeit gleichgesetzt werden. Sie wirkt wie in Abb. 4 zusammen mit σ_{13} der nach oben gerichteten Spannung σ_{12} entgegen. Bei einer bestimmten Oberflächenkrümmung stellt sich ein Gleichgewicht ein.

3 Messprinzip

3.1 Abreißverfahren

Zur Bestimmung der Oberflächenspannung nach dem Abreißverfahren werden spezielle Bügel verwendet. Die Bügel bestehen aus einem Metallrahmen, in dem ein dünner Metalldraht (Platin) eingespannt ist. Es ist jeweils die Kraft zu messen, die erforderlich ist, um die Unterkante des Metalldrahtes aus der Flüssigkeit zu reißen. Bei der Kraftmessung handelt es sich um eine Differenzmessung, die mit einer Torsionswaage durchgeführt wird. Zur Bestimmung der Gewichtskraft F_G des Bügels und der Auftriebskräfte F_A, die an ihm angreifen, wird die Waage so eingestellt, dass der Metalldraht des Bügels knapp (ca. 1mm) unterhalb der Wasseroberfläche zu sehen ist (Messwert F_1). Dabei ist darauf zu achten, dass noch keine Oberflächeneffekte des Drahtes mit der Oberfläche auftreten. Danach wird der Bügel langsam aus der Wasseroberfläche herausgezogen, wobei unterhalb des Metalldrahtes eine Lamelle entsteht. Die zweite Kraftmessung F_2 erfolgt im Moment des Abreißens der Wasserlamelle. Dabei wird sowohl die Kraft F_σ gemessen, die zur Vergrößerung der Flüssigkeitsoberfläche aufgebracht wurde sowie die unveränderten Komponenten der Gewichtskraft F_G und der Auftriebskraft F_A. Damit entpricht die Kraftkomponente F_σ zur Vergrößerung der Oberfläche der untersuchten Flüssigkeit gerade der Differenz $F_2 - F_1$. Durch Ermittlung der Drahtlänge der Bügel wird über Gleichung (4) der Zugang zur Bestimmung der Oberflächenspannung ermöglicht.

3.2 Torsionswaage

Zur Bestimmung der Kräfte F_i dient eine Torsionswaage, die auf dem Prinzip der Verdrillung eines Metalldrahtes basiert. Die Verdrillung erfolgt im linearen (Hooke´schen) Bereich, in dem die Auslenkung um den Winkel α proportional ist zum auftretenden Drehmoment M (und damit zur Kraft F in einem bestimmten Abstand R). Die Torsionswaage besteht aus

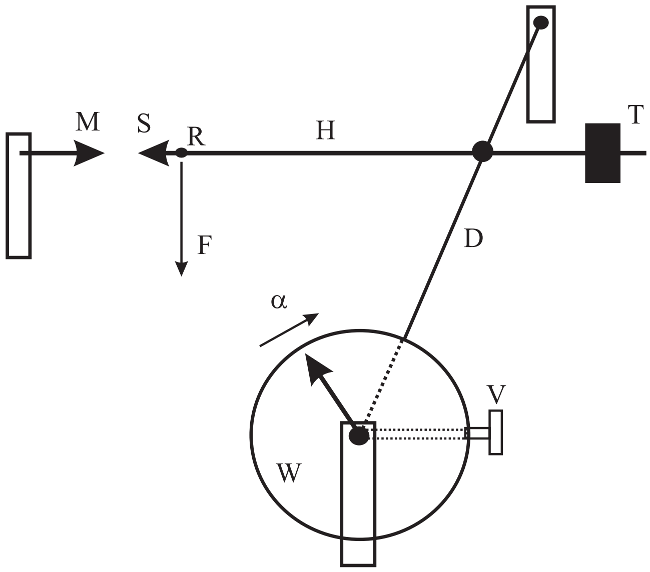

Abbildung 5: Schematische Darstellung einer Torsionswaage

einem gespannten Draht D, an dem ein ungleicharmiger Hebel H angebracht ist. Das zu einer Spitze S auslaufende Ende des Hebelarms ist mit Hilfe einer Tariermutter T, die auf dem anderen Hebelende verschoben werden kann, auf eine feste Marke M einzustellen. Diese Nulllage der Waage ist möglichst so einzustellen, dass am Winkelmesser W eine Auslenkung von $\alpha = 0°$ vorliegt. Belastet man den Hebel H bei R durch eine Kraft F, so wird der Draht aufgrund des auftretenden Drehmoments verdrillt, und die Spitze S verschiebt sich gegen die Markierung M. Um diese Verschiebung zu kompensieren, wird der Draht durch drehen der

Verstellschraube V um den Winkel α zusätzlich verdrillt. Der Winkel α ist somit ein Maß für die Kraft F. Da allerdings noch keine Aussage über den Proportionalitätsfaktor vorliegt, ist es notwendig, vor der Messung der Abreißkräfte die Kalibrierungskurve $F(\alpha)$ der Torsionswaage aufzunehmen. Dazu stehen am Arbeitsplatz Gewichte zur Verfügung.

4 Versuchsdurchführung

4.1 Vorversuch

In einem Vorversuch sollen mit dem größten zur Verfügung stehenden Bügel die maximal auftretenden Auslenkungen α_{max} an der Torsionswaage ermittelt werden.

4.2 Kalibrierung der Torsionswaage

Mit den am Arbeitsplatz bereitgestellten Gewichten wird die Kalibrierungskurve $F_m(\alpha)$ aufgenommen. Dabei werden die Winkel α zu den entsprechenden Gewichtskräften F_m bestimmt und in einem zu Abb. 6 analogen Diagramm dargestellt.

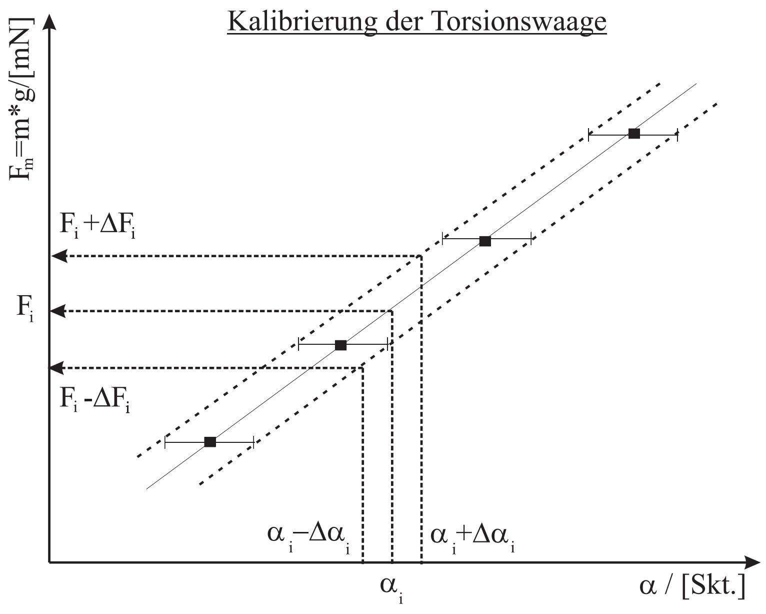

Abbildung 6: Kalibrierung (Skizze)

Eine Darstellung der Fehlerbalken für $\Delta\alpha$ ermöglicht es, den entsprechenden Fehlerschlauch in das Diagramm einzuzeichnen. Damit kann jedem nachfolgenden Messwert α_i nicht nur die entsprechende Kraft F_i zugeordnet werden, vielmehr ist es ebenso möglich, eine Aussage zum zugehörigen Fehler ΔF_i zu treffen. Dieser ergibt sich als Summe aus dem grafischen Anteil $\Delta F_i(\Delta\alpha)$ und dem numerischen Anteil $\Delta m \cdot g$

4.3 Aufnahme der Messreihe

Entsprechend dem in 3.1. dargelegten Messprinzip sind die Messungen für alle 6 am Arbeitsplatz befindlichen Bügel durchzuführen. Dabei empfiehlt sich eine Tabelle, in der für jeden

Bügel die Werte $2l, \alpha_1, \alpha_2, F_1, F_2$ sowie F_σ eingetragen werden. α_1 und α_2 sind die Winkel, die zum Einen bei knapp unter der Wasseroberfläche befindlichem Metalldraht und zum Anderen beim Abreißen der Lamelle gemessen werden. Entsprechend der Kalibrierungskurve lassen sich diesen Werten die Kräfte F_1 und F_2 mit ihren Fehlern ΔF_1 und ΔF_2 zuordnen. Mit

$$F_\sigma = F_2 - F_1 \tag{9}$$

ergibt sich

$$|\Delta F_\sigma| = |\Delta F_2| + |\Delta F_1| \tag{10}$$

4.4 Auswertung und Fehlerabschätzung

Zur Bestimmung der Oberflächenspannung σ von Wasser legt Gleichung (4) nahe, F_σ über $2l$ aufzutragen (Abb. 7) und die entsprechenden Fehlerkreuze hinzuzufügen. Die Gerade, die als bestmögliche Annäherung der einzelnen Messwerte einzuzeichnen ist, schneidet allerdings nicht den Nullpunkt und erzwingt eine Korrektur. Eine Linearisierung von Gleichung (4) führt zu

$$F_\sigma = \sigma \cdot (2l) + \mathcal{O} \tag{11}$$

$$(y = m \cdot x + n) \tag{12}$$

, wobei $\mathcal{O}$ als Durchgang durch die Ordinate interpretiert werden kann. Damit läßt sich die Oberflächenspannung σ als Anstieg der gezeichneten Gerade identifizieren. Dieser kann mittels Anstiegsdreieck direkt aus dem Diagramm entnommen werden und erübrigt die Bestimmung des Nullterms in Gleichung (11). Da den einzelnen Bügeln jeweils Fehlerkreuze zugeordnet sind, lassen sich zusätzlich noch Geraden mit minimalem bzw. maximalen Anstieg σ_{min} bzw. σ_{max} einpassen. Damit wird gleichzeitig ein Bereich für σ nach oben und nach unten abgegrenzt, der als Fehlerbereich der Gesamtmessung aufzufassen ist.

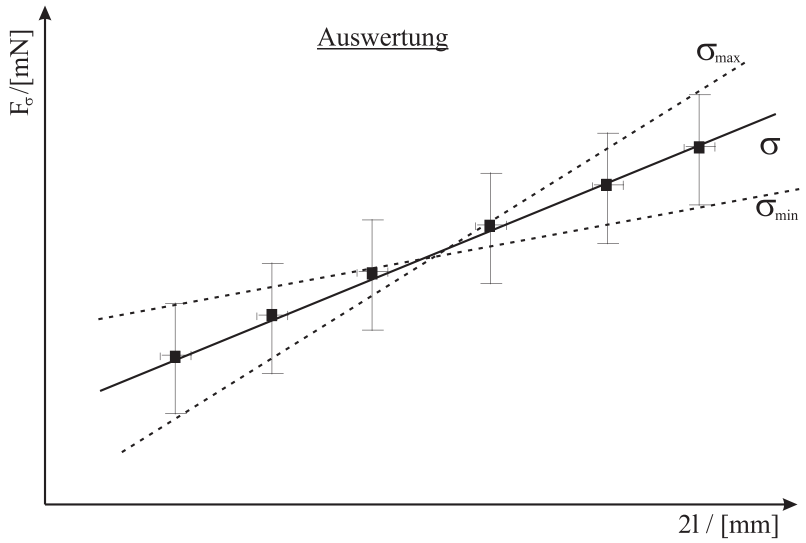

Abbildung 7: Diagramm zur Auswertung (Skizze)

4.5 Zusammenfassung und Diskussion

Im letzten Versuchsteil sind die Messergebnisse übersichtlich zusammenzufassen. In der Diskussion wird auf einen Vergleich der Resultate mit der tatsächlichen Oberflächenspannung von Wasser $\sigma_{H_2O} = 0,073 N/m$ Wert gelegt. Dabei sollten für die Erklärung auftretender Abweichungen vorrangig systematische Fehlerquellen betrachtet werden, die in der durchgeführten Fehlerabschätzung noch nicht ausreichend berücksichtigt wurden. In diesem Zusammenhang sollten Maßnahmen zur Verbesserung angesprochen werden.

5 Vorbereitungshinweise

- Informieren Sie sich zu anderen Verfahren zur Bestimmung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten.
- Wenn keine äußeren Kräfte wirken, bilden die Oberflächen von Flüssigkeiten Minimalflächen. Was folgt daraus für die Oberflächenspannung? Wie sehen die Flüssigkeitshäutchen aus, wenn man ein würfelförmiges Drahtgestell aus einer Seifenlösung zieht?
- Warum sammeln sich an der Oberfläche eines Flüssigkeitsgemisches bevorzugt die Moleküle derjenigen Flüssigkeit, die die kleinste Oberflächenspannung besitzt?
- Die Beherrschung der Grundlagen der Fehlerabschätzung stellt eine Voraussetzung für alle Versuche des Physikalischen Praktikums dar.

6 Literatur

- W. Ilberg, M. Krötzsch **Physikalisches Praktikum** Teubner Verlag 1992
- W. Walcher **Praktikum der Physik** Teubner Verlag 1994
- W. Demtröder **Experimentalphysik I** Springer Verlag 1994
- C. Gerthsen, H. Vogel **Gerthsen Physik** Springer Verlag 1999
- H. Hänsel, W. Neumann **Physik - Mechanik und Wärmelehre** Spektrum Verlag 1993